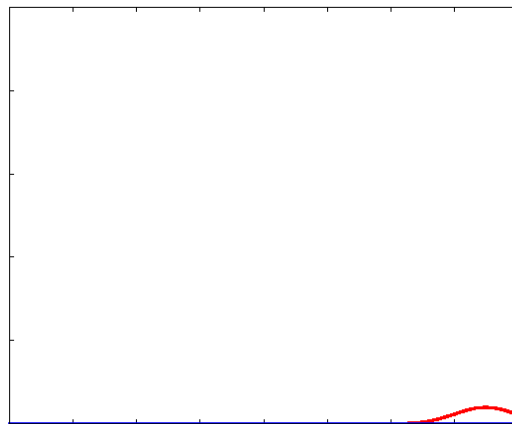


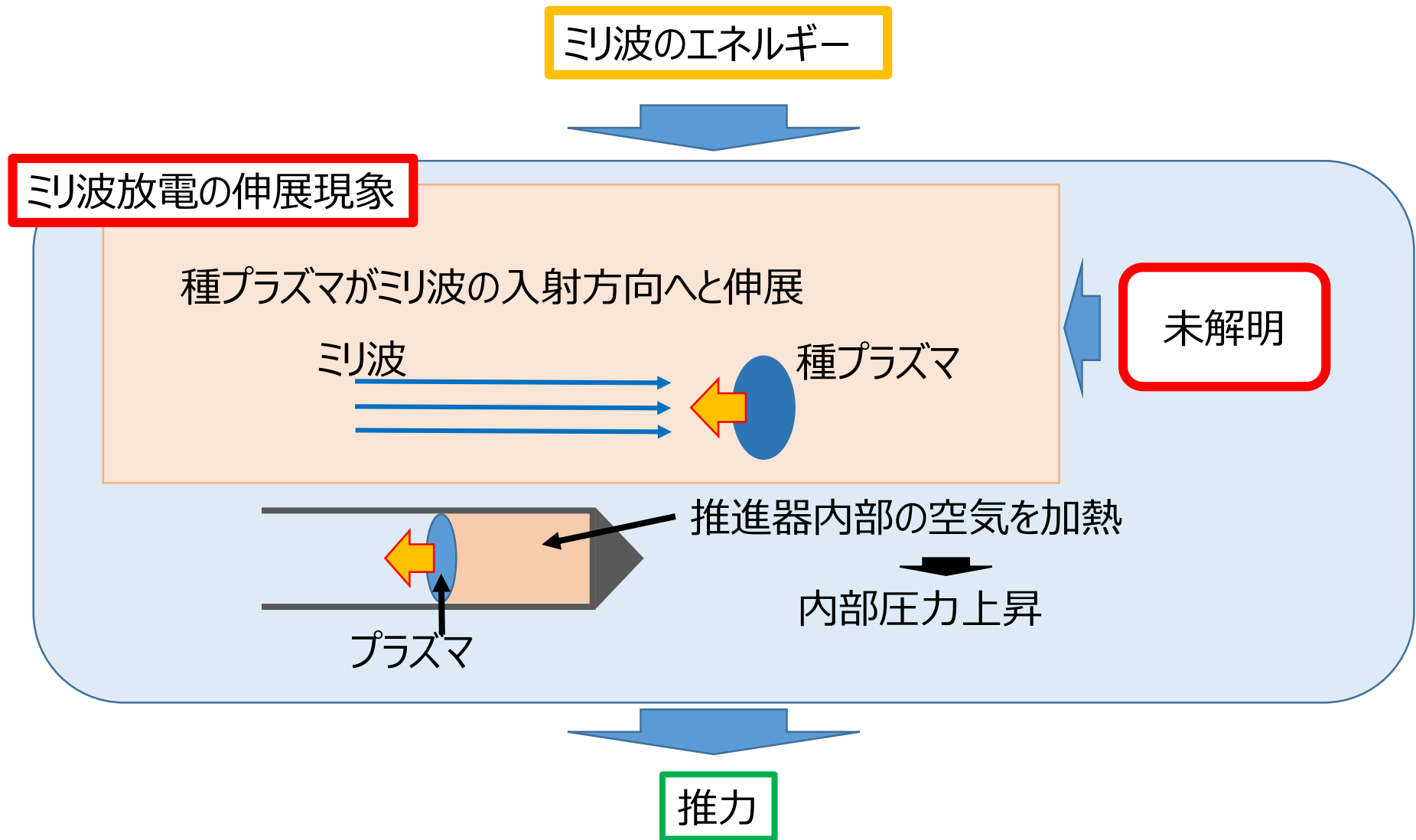
マイクロ波ロケット内部に おけるミリ波放電進展現象 の物理モデル



○中村友祐、小紫公也、小泉宏之
東京大学

1. 背景

マイクロ波ロケットの推力生成



1. 背景

低亜臨界での進展を模擬できるモデルは存在せず

実験値

ミリ波

● Oda et al.

▲ Hidaka et al.

レーザー

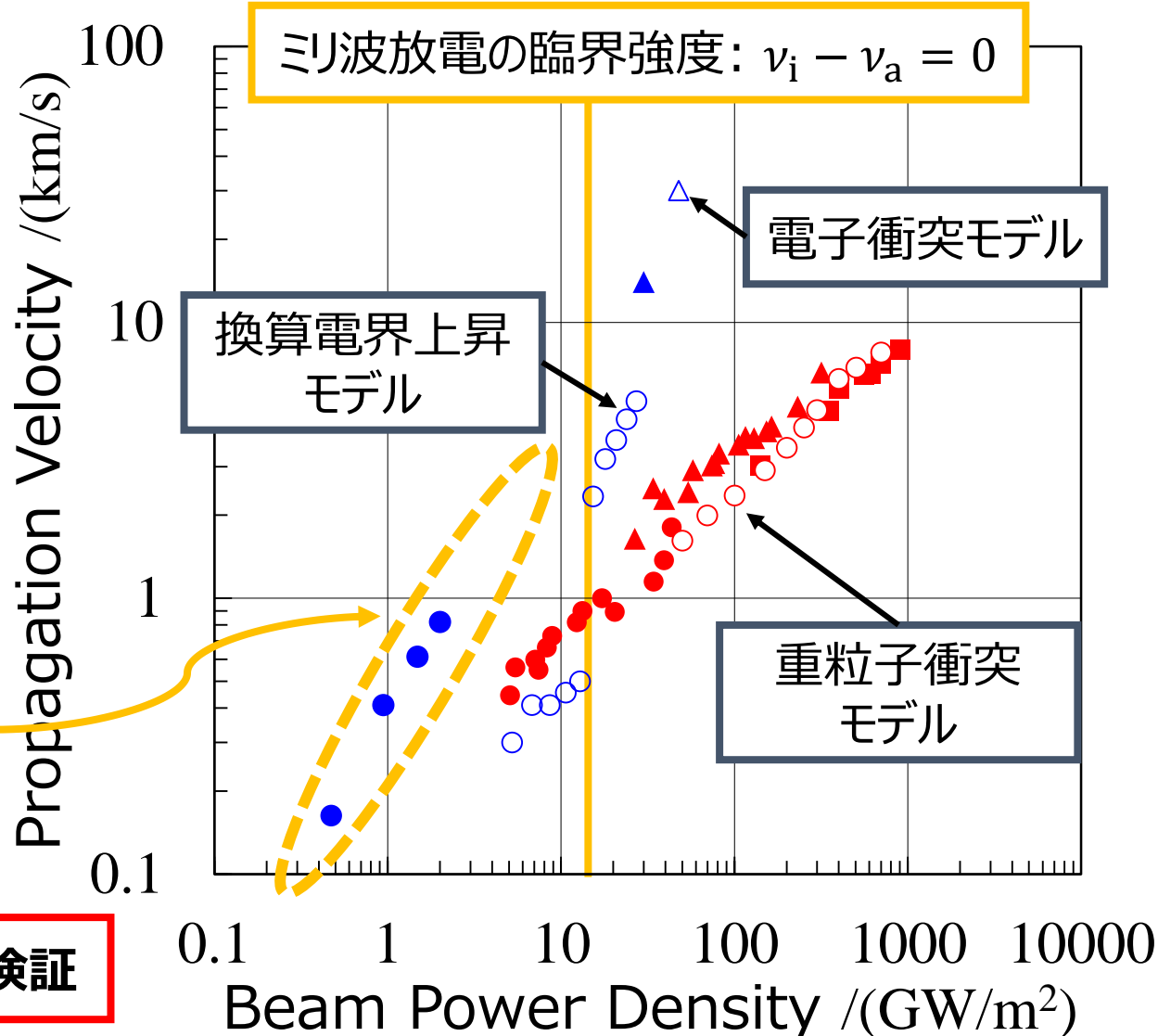
● Bufetov et al.

▲ Matsui et al.

■ Bournot et al.

この領域における進展を
模擬できるモデルがない

目的：新モデルの提唱と検証



先行研究のモデルにおける違い

・電子数密度 n_e の拡散方程式

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - D\Delta n_e = f_i n_e$$

D : 電子の拡散係数

f_i : 正味のイオン化周波数

進展速度理論値

$$2\sqrt{Df_i}$$

モデル	拡散	イオン化	その他
電子衝突モデル Boeuf et al.	実効的拡散モデル	・電子-重粒子 衝突	
換算電界上昇モデル Takahashi et al.	実効的拡散モデル	・電子-重粒子 衝突	圧縮性流体 (気体膨脹)
重粒子衝突& 光電離 モデル Katsurayama	両極性拡散	・電子-重粒子 衝突 ・重粒子同士の衝突 ・光電離	圧縮性流体

他の影響の考慮が必要

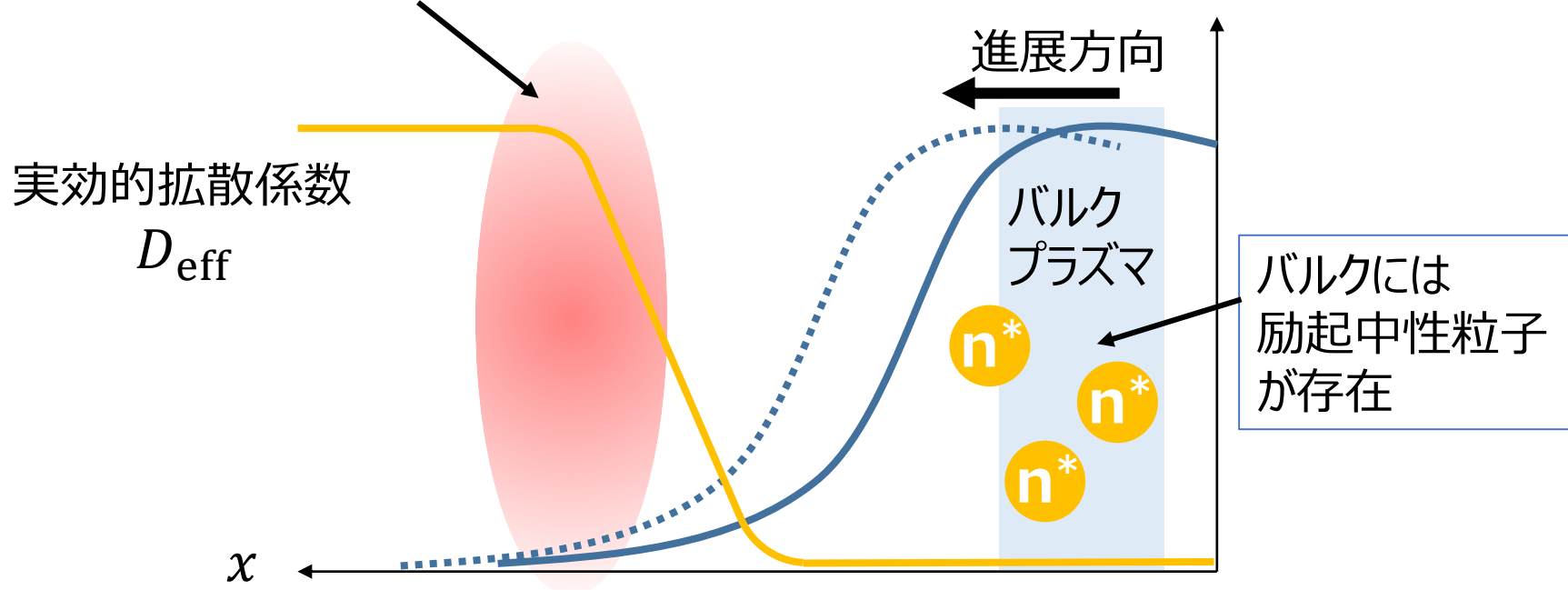
新モデル 輻射励起モデル	実効的拡散モデル	・電子-重粒子 衝突 ・電子-励起中性粒子 衝突	輻射励起
------------------------	----------	-----------------------------	-------------

2. プリカーサにおける中性 粒子の輻射励起モデル

輻射励起中性粒子が駆動する電離波面

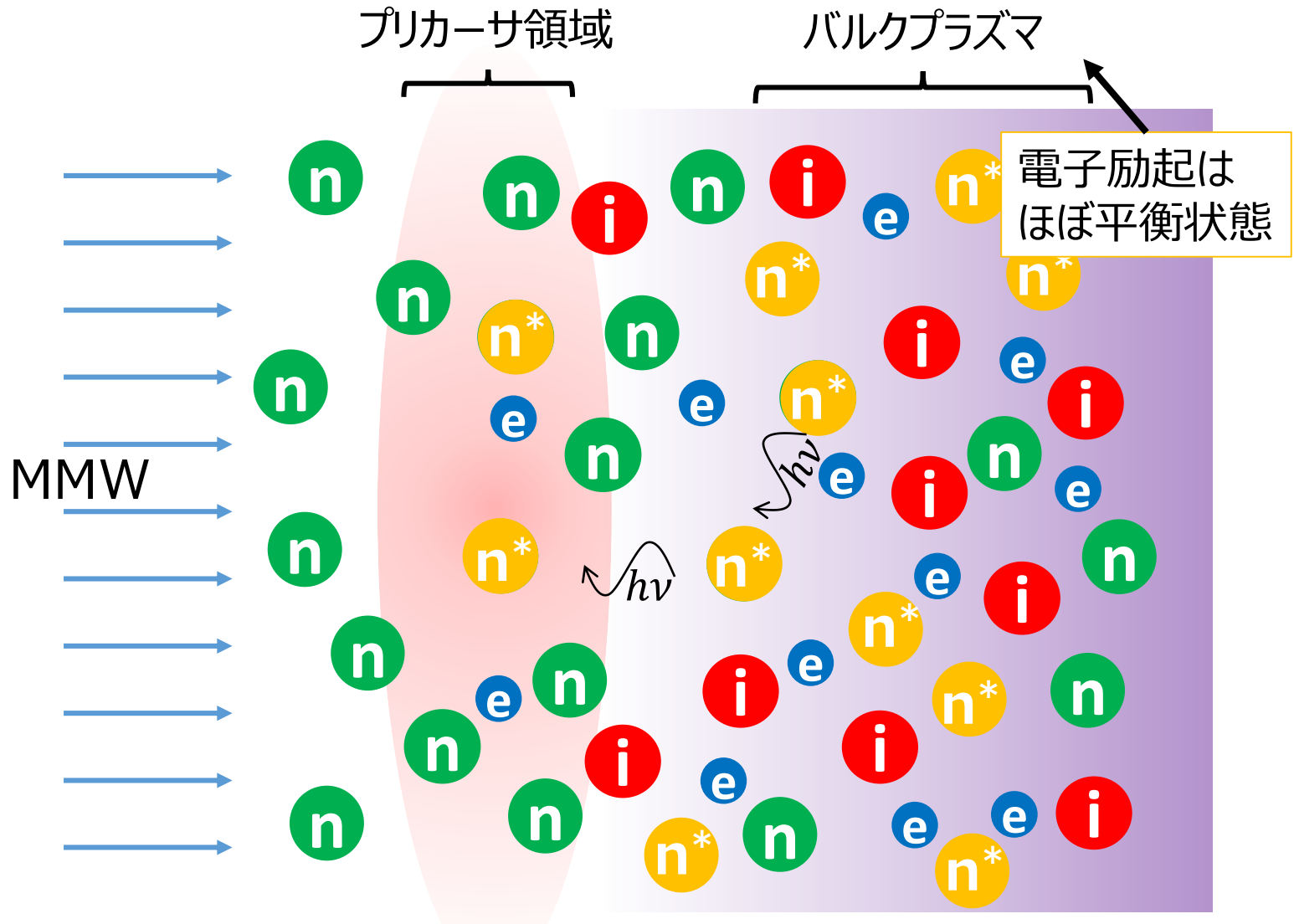
電子励起中性粒子が存在するとイオン化周波数が上昇

これまで無視されていたのは
進展に寄与するプリカーサ領域では少ないと考えられていたから



光子によって励起中性粒子が前面に伝えられるのでは？

光子により電離領域運ばれる励起中性粒子



3. 輻射励起の定式化

モデルに用いる仮定

- プラズマの大きさが電離波面のスケールに比べて十分大きいとして 1 次元分布を仮定
- 成分は窒素のみとする
- 電子のエネルギー分布と振動励起エネルギーはボルツマン分布に従う
- 電子励起種 i の j 密度比が場所によらず **バルクプラズマの電子温度** により決まる

$$\frac{n_{n,i}^*}{n_{n,j}^*} = \exp\left(\frac{\epsilon_j - \epsilon_i}{(T_e)_B}\right) \quad \text{励起中性粒子数密度のピーク位置}$$

$(T_e)_B$: バルクにおける電子温度 T_e

バルクで生成された励起中性粒子が輻射により輸送されるクエンチングによる分布の変化は無視

手法：励起種からの電離の導入

・電子数密度 n_e の拡散方程式

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - D_{\text{eff}} \Delta n_e = f_i n_e$$

↑
実効的拡散係数

進展速度理論値

$$2\sqrt{D f_i}$$

電子生成項

本研究で新たに追加

$$f_i n_e = \underbrace{n_e n_{n,0} K_{0,\text{ion}}}_{\text{基底からの電離}} + \underbrace{n_e \sum_{i \neq 0} n_{n,i}^* K_{i,\text{ion}}}_{\text{励起からの電離}} - \underbrace{n_e^2 r_{2B}}_{\text{二体再結合}} - \underbrace{n_e^3 \sum_i r_i}_{\text{三体再結合}}$$

電子励起種 i の密度

$$n_{n,i}^* = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{(T_e)_B}\right) n_n^* \quad Z \equiv \sum_{i \neq 0} \epsilon_i \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{(T_e)_B}\right)$$

進展に重要な値

- ・プラズマ前面での励起中性粒子密度 n_n^*
- ・バルクにおける電子温度 $(T_e)_B$

励起中性粒子輸送の拡散近似

• 励起中性粒子数の保存式 ← 光学的に厚いと仮定し拡散近似

$$\frac{\partial n_n^*}{\partial t} - D_{\text{ex}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} n_n^* = S^* \quad n_n^* \equiv \sum_{i \neq 0} n_{n,i}^*$$

$$D_{\text{ex}} = \frac{1}{3} \frac{l_r^2}{\tau_r}$$

τ_r : 輻射脱励起のタイムスケール
 l_r : 生成された光子の平均自由行程

13-14 eVで
 $\sim 10^{-10}$ s
 $\sim 10^{-5}$ m ($\sim 10^{-2} \lambda$)

励起種によらないと仮定

$D_{\text{ex}} \sim 1 \text{ m}^2/\text{s}$

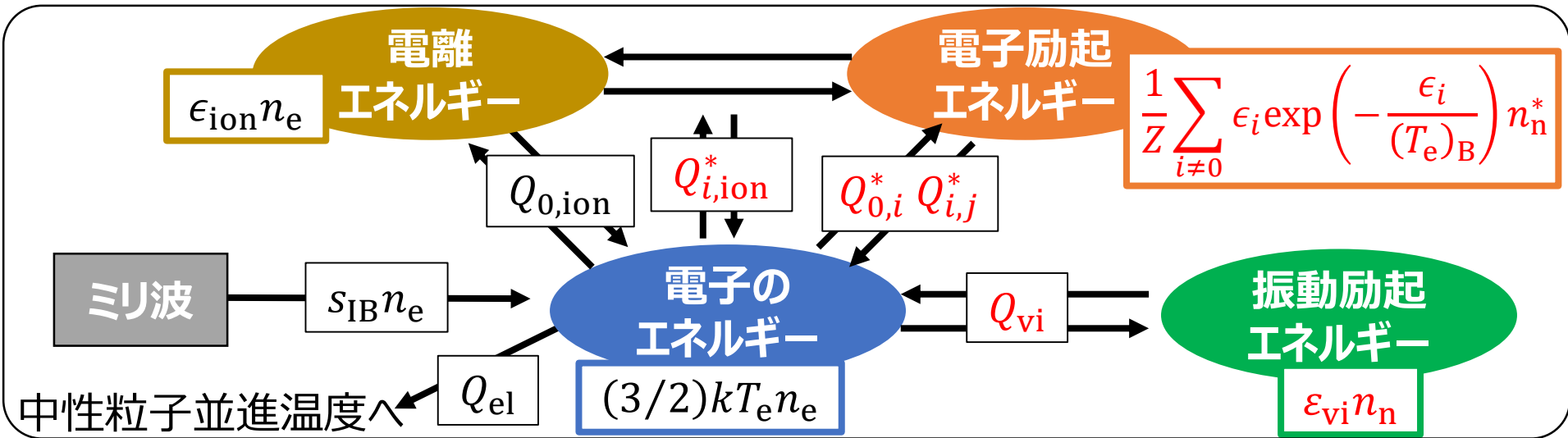
← 進展速度 1 km/s で波長程度のスケール長

励起中性粒子の生成項

$$S^* = \underbrace{n_e n_{n,0}^* \sum_{i \neq 0} K_{0,i}}_{\text{基底からの励起}} - \underbrace{n_e \sum_{i \neq 0} n_{n,i}^* K_{i,0}}_{\text{励起からの電離}} - \underbrace{n_e \sum_{i \neq 0} n_{n,i}^* K_{i,\text{ion}}}_{\text{励起からの電離}} + \underbrace{n_e^3 \sum_{i \neq 0} r_i}_{\text{励起への再結合}}$$

基底への脱励起
励起への再結合

電子周りのエネルギーフロー



・電子エネルギー保存の式

$$\frac{3}{2} n_e \frac{\partial kT_e}{\partial t} + \frac{3}{2} n_e kT_e (v_i + n_e^2 r_{3B}) = S_{IB} n_e - Q_{0,ion} - Q_{0,i} - Q_{i,ion} - Q_{i,j} - Q_{vi} - Q_{el}$$

0 ← 電子温度は平衡点にあると仮定

・電子励起エネルギー保存の式

励起種数密度の仮定

$$Q_{i,j}^* = \frac{1}{Z} \sum_{n \neq 0} \epsilon_n \exp\left(-\frac{\epsilon_n}{(T_e)_B}\right) S^* - Q_{0,i}^* - Q_{i,ion}^*$$

・振動励起エネルギー保存の式

$$n_n \frac{\partial \epsilon_{vi}}{\partial t} = Q_{vi}$$

基礎方程式

Maxwell方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}_e$$

電子の運動方程式

$$\frac{d\mathbf{J}_e}{dt} = \frac{e^2 n_e}{m_e} \mathbf{E} - \nu_m \mathbf{J}_e$$

電子の拡散方程式

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - D_{\text{eff}} \nabla^2 n_e = S_e$$

電子励起中性粒子の拡散方程式

$$\frac{\partial n_n^*}{\partial t} - D_{\text{ex}} \nabla^2 n_n^* = S^*$$

振動励起エネルギー保存の式

$$n_n \frac{\partial T_{vi}}{\partial t} = Q_{vi}$$

 n_e
 S_{IB}
 ν_m
 $n_e n_n^* T_{viv}$
 $S_e S_{in}^* S_{di}^* Q_{vi}$

電子のエネルギー保存式

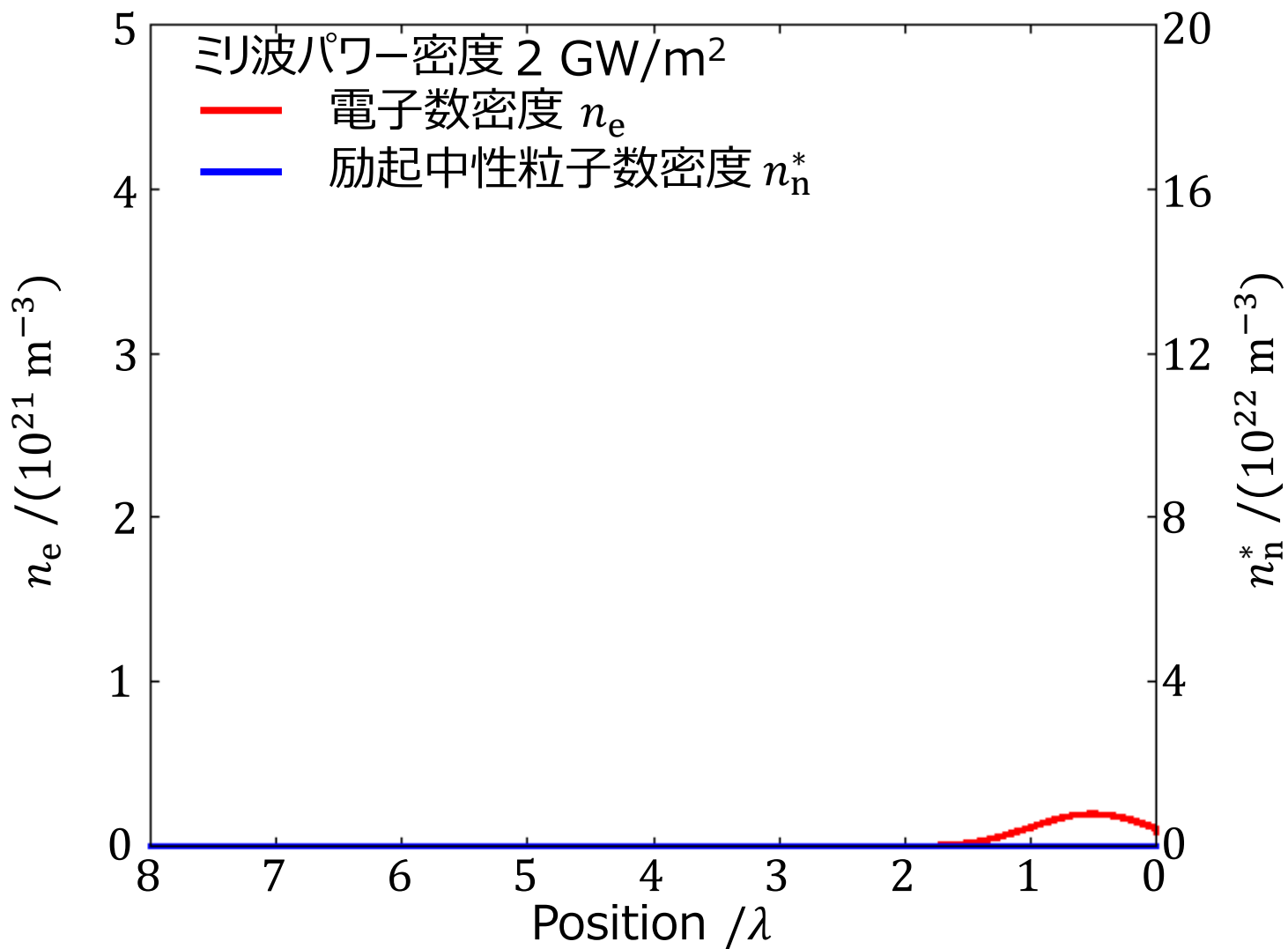
電子励起エネルギー保存の式

※ 先行研究からの変更点 赤：追加した式 橙：変更を加えた式

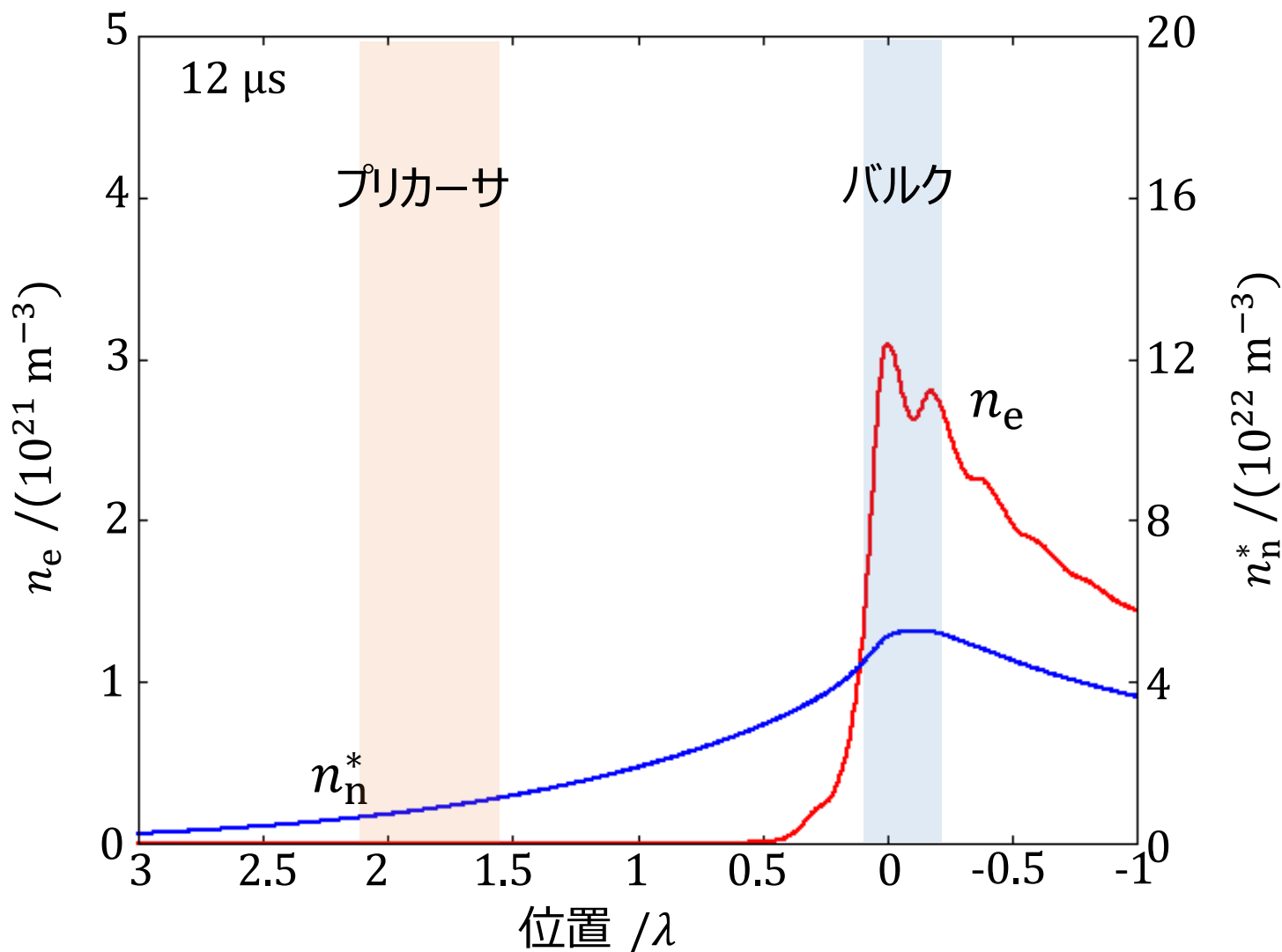
一次元計算

4. 計算結果

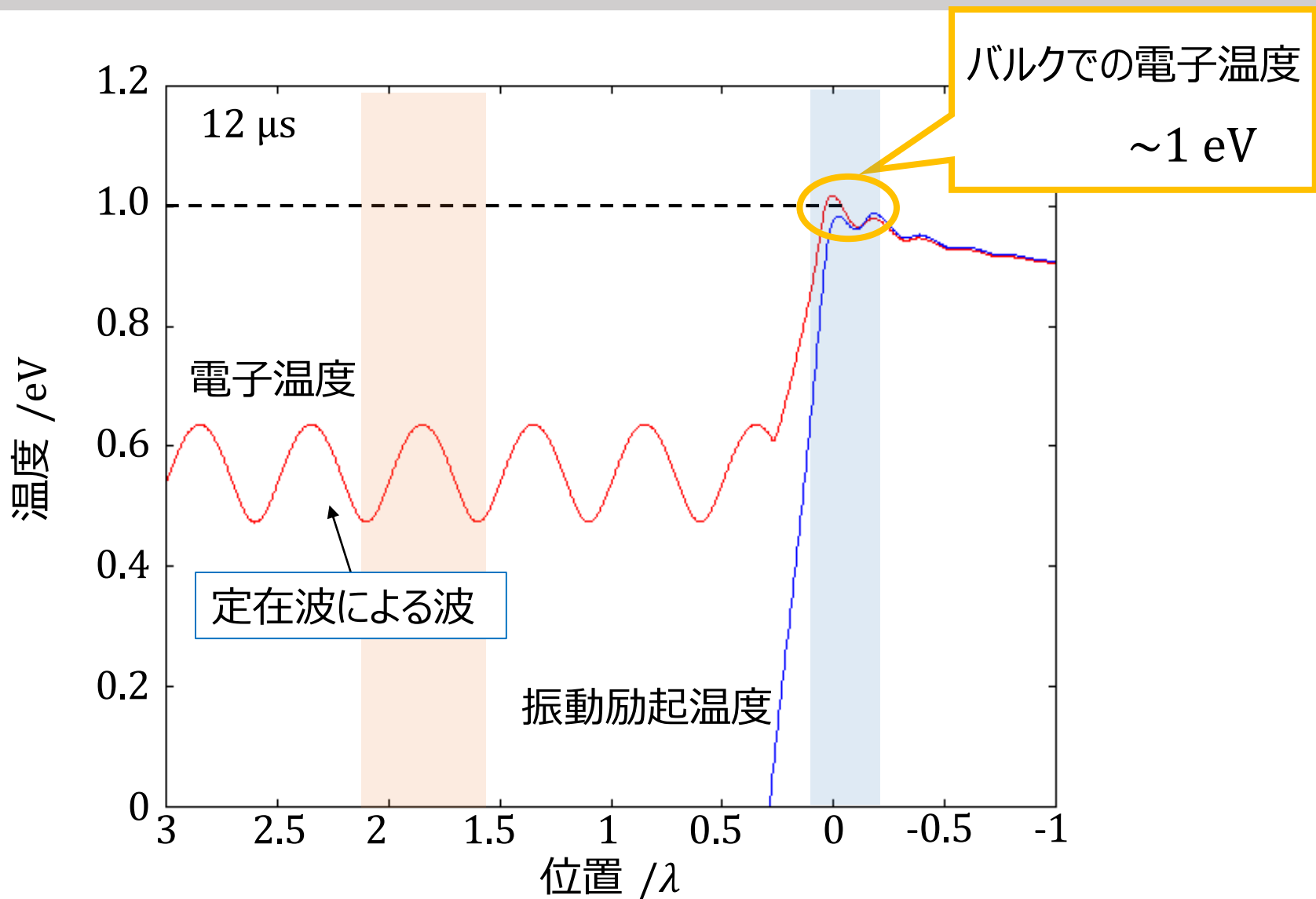
結果： n_e と n_n^* の時間発展



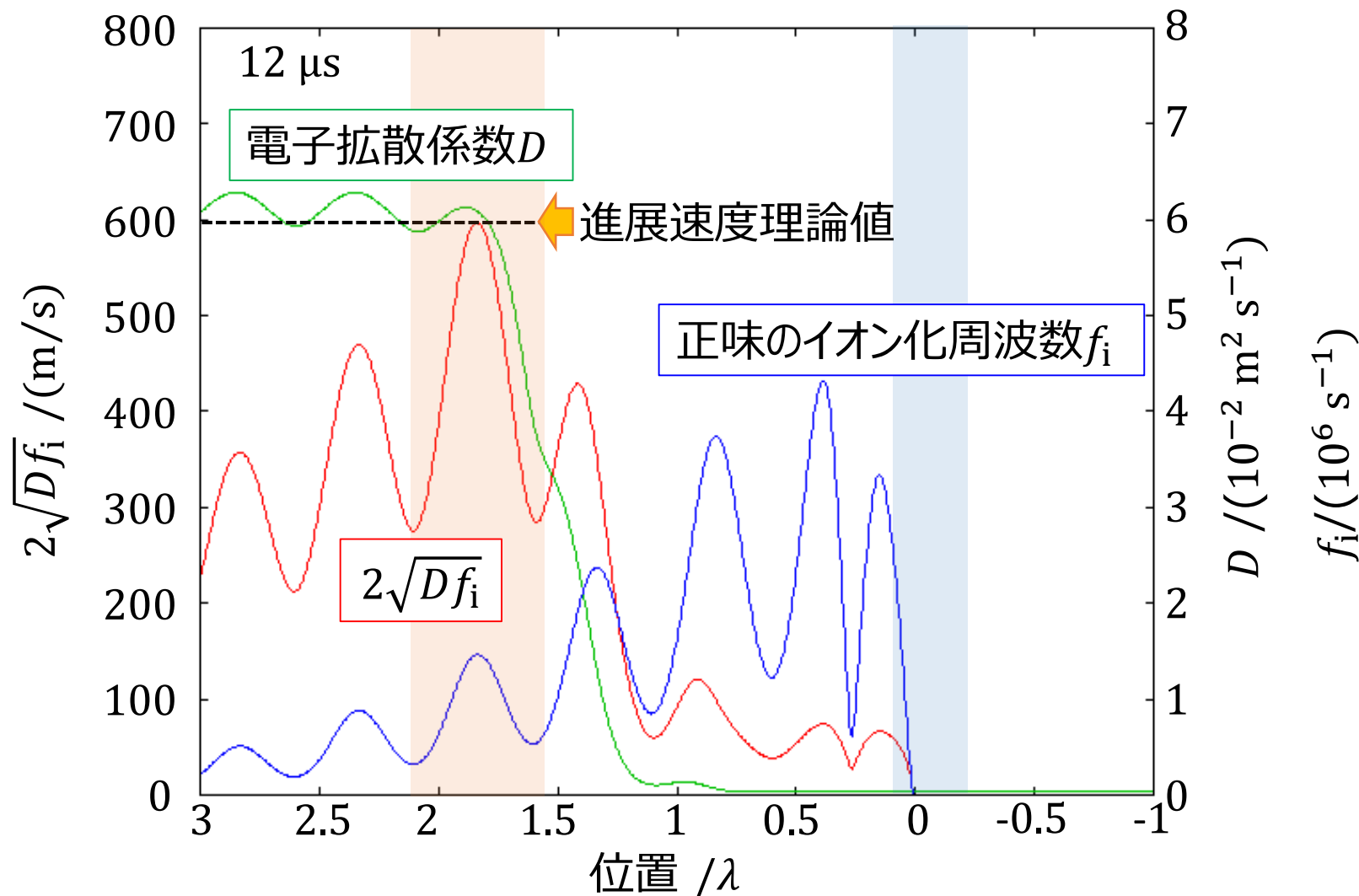
電離波前面へと輸送される励起中性粒子



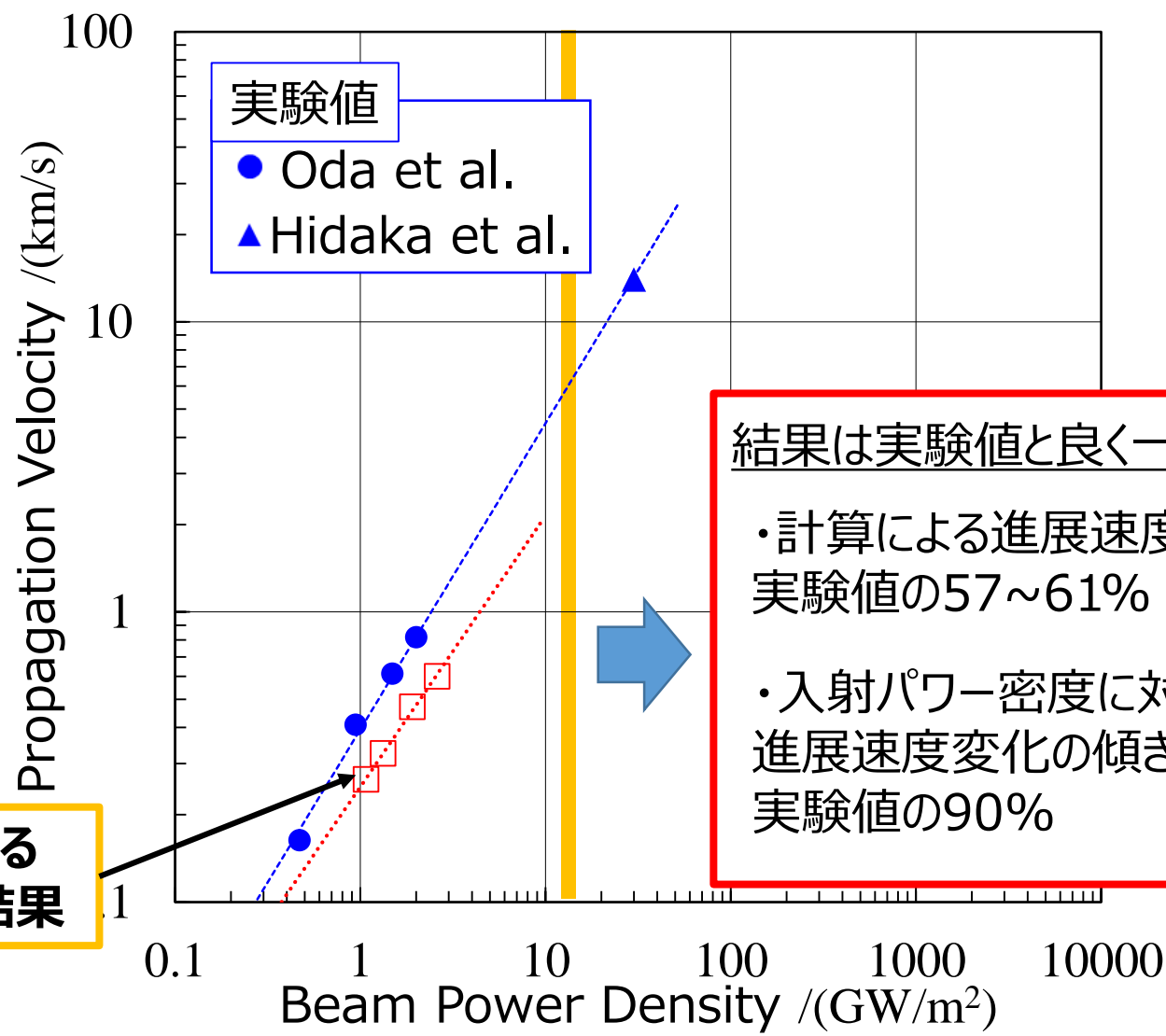
バルクにおける電子温度



プリカーサ領域で決まる進展速度



進展速度の計算値と実験値との比較



本研究による
数値計算結果

結果は実験値と良く一致

- ・計算による進展速度は実験値の57~61%
- ・入射パワー密度に対する進展速度変化の傾きは実験値の90%

今後の課題

用いた仮定の妥当性についての検証

用いた仮定

- ・プラズマの大きさが電離波面のスケールに比べて十分大きいとして1次元分布を仮定
- ・成分は窒素のみとする
- ・電子のエネルギー分布と振動励起エネルギーはボルツマン分布に従う
- ・電子励起種 i の j 密度比が場所によらず**バルクプラズマの電子温度**により決まる

$$\frac{n_{n,i}^*}{n_{n,j}^*} = \exp\left(\frac{\epsilon_j - \epsilon_i}{(T_e)_B}\right) \quad (T_e)_B : \text{バルクにおける電子温度 } T_e$$

クエンチングによる影響でバルクプラズマの温度からずれる可能性

まとめ

- ・輻射によって電離波面前面に輸送される電子励起中性粒子が電離波面を駆動する新しいモデルを提案
- ・このモデルを簡単に定式化し、一次元計算を行った
- ・計算結果から、輻射輸送により十分な量の励起中性粒子が前面に供給され、電離波面を駆動しうることが分かった
- ・数値計算結果における進展速度は実験値の60%程度で入射ミリ波パワー密度に対する傾きも実験値の90%程度であり、良い一致をみせた
- ・モデル化に用いた仮定について更なる検証が必要

ご清聴ありがとうございました

各係数の決定方法

導出方法

τ_r : 輻射脱励起のタイムスケール

$$A_i = \frac{1}{\tau_{r,i}} = \frac{8\pi^2 e^2 \epsilon_i^2}{h^2 m_e c^3 \epsilon_0} f_i$$

l_r : 生成された光子の平均自由行程

先行研究の実験データから
A. R. James et al. (1964)

$K_{0,i}$: 基底から励起種*i*への
電子衝突励起の反応係数

先行研究のデータベースから
Biagi database (2018)

$K_{i,0}$: 励起種*i*から基底への
電子衝突脱励起の反応係数

$$K_{i,0} = K_{0,i} \exp\left(\frac{\epsilon_i}{kT_e}\right)$$

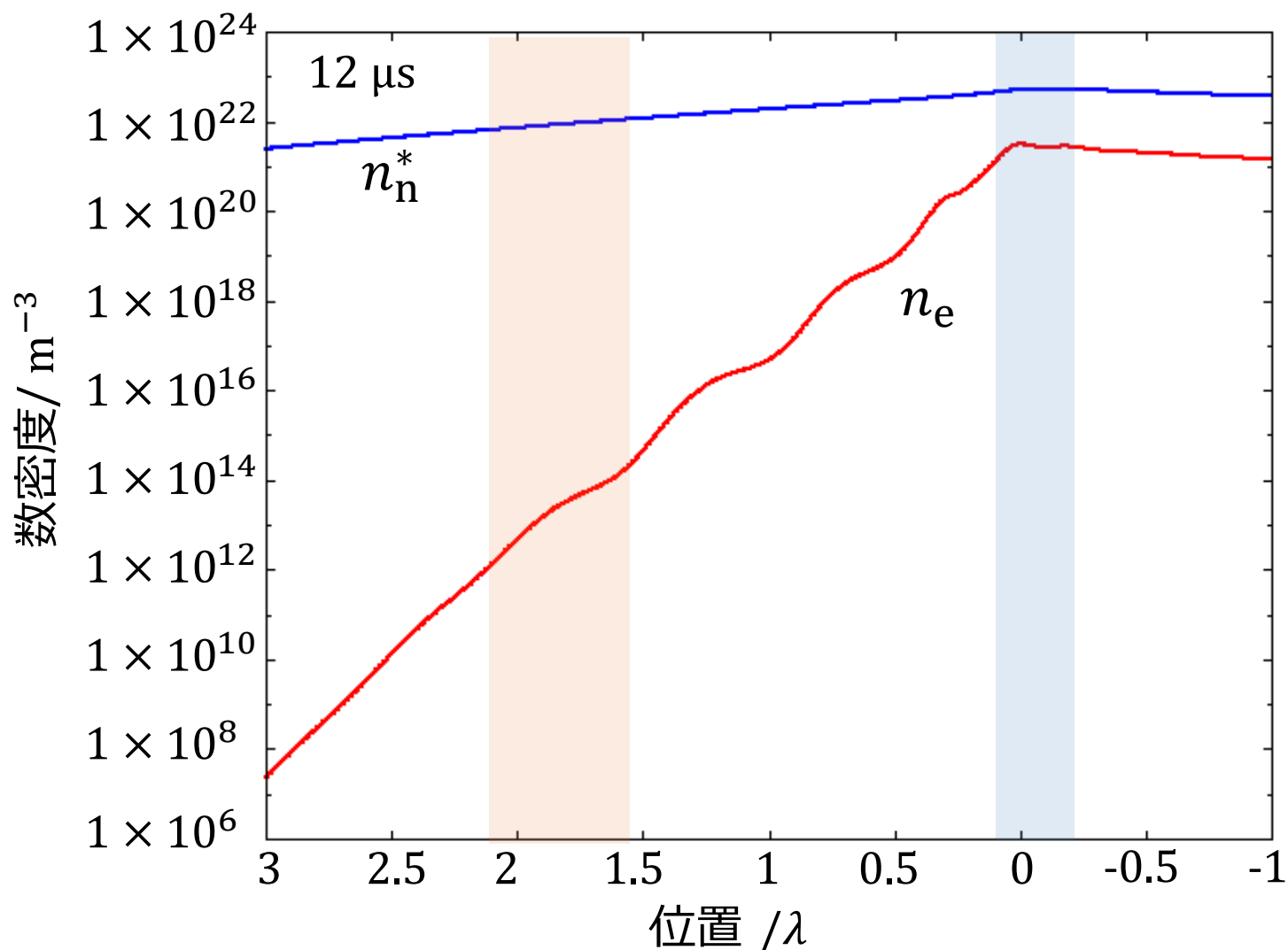
$K_{i,\text{ion}}$: 励起種*i*からの
電子衝突電離の反応係数

古典近似式から

r_i : 励起種*i*への
三体再結合の反応係数

$$r_n = K_{n,\text{ion}} \left| \frac{N_n}{N_{\text{ion}} n_e} \right|_{\text{Saha}}$$

電離波前面へと輸送される励起中性粒子



輻射による基底を含まないボルツマン分布

レーザー放電では励起中性粒子や輻射によるエネルギー輸送を考慮した先行研究が存在

局所熱平衡(LTE)を仮定

一方 ミリ波放電では

- ・電子数密度が低い
- ・進展速度が速い

基底中性粒子と励起中性粒子との間のボルツマン分布が成り立たない

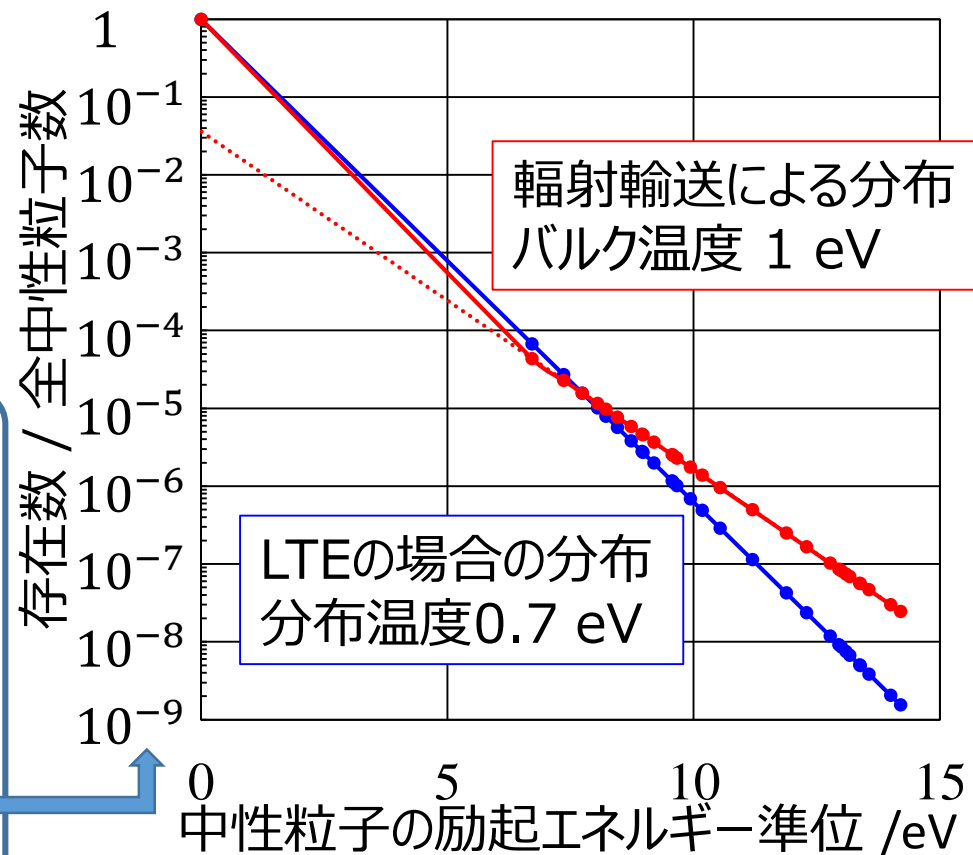
輻射輸送による励起準位分布

励起中性粒子はバルクから輻射で伝わる

電子励起種間の存在比は
バルクの温度に依存

同じエネルギーでもLTEと比べ
高エネルギー励起種が多く存在できる

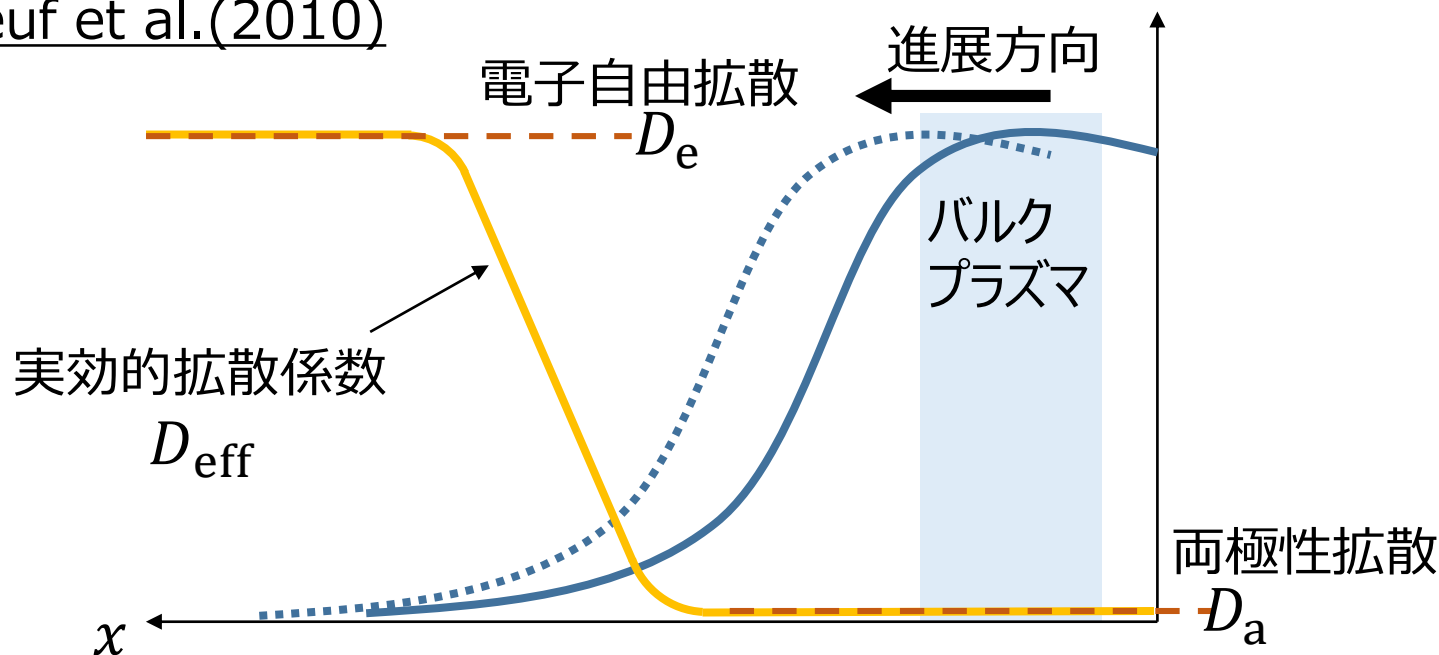
電離に大きく寄与



実効的拡散係数モデル

第1部では拡散係数 D を一定値で与えていた ← 実際はプラズマの密度によって異なる

Boeuf et al.(2010)



$$D_{\text{eff}} = \frac{aD_e + D_a}{a + 1}$$

$$a \equiv \frac{\lambda_D^2}{L^2}$$

λ_D : デバイ長

L : 電離波面前面のスケール長